

Evaluación numérica de la afirmación de Shapiro.

por

Myron W. Evans,

H. M. Civil List

(www.aias.us, www.atomicprecision.com, www.upitec.org, www.et3m.net)

La correcta evaluación de la afirmación de Shapiro es como sigue:

Definimos en primer lugar:

$$f(r) = \left(1 - \frac{r_0}{r}\right)^{-1} \left(1 - \left(1 - \frac{r_0}{r}\right) \left(\frac{R_0^2}{r^2}\right)\right)^{-1/2}. \quad (1)$$

La demora de tiempo es:

$$\Delta t = t_3 - t_0, \quad (2)$$

donde

$$t_3 = \frac{2}{c} \left(\int_{R_0}^{R_E} f(r) dr + \int_{R_0}^{R_P} f(r) dr \right) \quad (3)$$

$$\begin{aligned} t_0 &= \frac{2}{c} \left(\int_{R_0}^{R_E} \left(1 - \left(\frac{R_0^2}{r^2}\right)\right)^{-1/2} dr + \int_{R_0}^{R_P} \left(1 - \left(\frac{R_0^2}{r^2}\right)\right)^{-1/2} dr \right) \\ &= \frac{2}{c} (r_1 + r_2) . \end{aligned} \quad (4)$$

Wald, en su ecuación (6.3.45) ofrece una expresión para Δt . En primer lugar, nótese que la notación de Wald es:

$$M(\text{Wald}) \longrightarrow \frac{MG}{c^2} \text{ (S.I.)} \quad (5)$$

De manera que Wald da, en unidades S.I.:

$$\begin{aligned} \Delta t &= \frac{2}{c} \left[(R_E^2 - R_0^2)^{1/2} + (R_P^2 - R_0^2)^{1/2} \right] \\ &+ \frac{2MG}{c^3} \left[2 \log_e \left(\frac{R_E + (R_E^2 - R_0^2)^{1/2}}{R_0} \right) \right] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + 2 \log_e \left(\frac{R_P + (R_P^2 - R_0^2)^{1/2}}{R_0} \right) \\
& + \left(\frac{R_E - R_0}{R_E + R_0} \right)^{1/2} + \left(\frac{R_P - R_0}{R_P + R_0} \right)^{1/2} \Big] . \tag{6}
\end{aligned}$$

La primera parte de la Ec.(6) es nuestra Ec.(4):

$$t_0 = \frac{2}{c} (r_1 + r_2) = \frac{2}{c} \left[(R_E^2 - R_0^2)^{1/2} + (R_P^2 - R_0^2)^{1/2} \right] , \tag{7}$$

La cual se obtiene analíticamente a partir de la condición:

$$\frac{r_0}{R_0} = 0 . \tag{8}$$

Es importante notar que tanto Shapiro como Wald dan a Δt como una expresión que agrega a t_0 , es decir,

$$\Delta t \text{ (Wald)} = t_0 + t_3 \tag{9}$$

De manera que la así llamada “demora de tiempo” es en realidad un incremento de tiempo.

Por lo tanto, la afirmación de Shapiro repetida por Wald es:

$$\begin{aligned}
t_3 = \frac{2MG}{c^3} & \left[2 \log_e \left(\frac{R_E + (R_E^2 - R_0^2)^{1/2}}{R_0} \right) \right. \\
& + 2 \log_e \left(\frac{R_P + (R_P^2 - R_0^2)^{1/2}}{R_0} \right) \\
& \left. + \left(\frac{R_E - R_0}{R_E + R_0} \right)^{1/2} + \left(\frac{R_P - R_0}{R_P + R_0} \right)^{1/2} \right] . \tag{10}
\end{aligned}$$

Comprobar :

Esto es para evaluar numéricamente la Ec.(3) con precisión de máquina, y comparar el resultado con la Ec. (10).

Parámetros de alimentación:

Estos son r_0 , R_0 , R_E y R_P , pero para propósitos numéricos, cualquier valor de parámetros de alimentación pueden emplearse. Utilizar:

$$MG = 1.327581035 \times 10^{20} \text{ m}^3 \text{ s}^{-2}$$

$$c = 2.997925 \times 10^8 \text{ m s}^{-1}$$

de manera que

$$\begin{aligned} \frac{2MG}{c^3} &= 9.8543672 \times 10^{-6} \text{ s} \\ &= 9.8543672 \text{ microsegundos.} \end{aligned}$$